

Premiers Programmes

1 Échauffement

Exercice 1. *Années bissextiles*

Une année est bissextile si :

- elle est divisible par 4 mais pas par 100
- elle est divisible par 400

Implémentez une fonction `bissextiles` qui prend en entrée une année et qui renvoie `True` si elle est bissextile et `False` sinon.

Exercice 2. *Suite géométrique*

Implémentez une fonction qui prend en argument la raison d'une suite géométrique, son premier terme, et un rang `n` et renvoie, *sans utiliser l'expression de la suite* en fonction de `n`, sa valeur au rang `n`. Vérifiez le résultat sur un jeu de test.

Exercice 3. *Somme de suite géométrique*

Implémentez une fonction qui prend en argument la raison d'une suite géométrique, son premier terme, et un rang `n` et renvoie, *sans utiliser l'expression de la somme* en fonction de `n`, la somme des `n+1` premières valeurs de la suite, de 0 à `n` inclus.

Vous n'utiliserez pas la fonction précédente et vous vérifierez le résultat sur un jeu de test.

2 Suites et Arithmétique

Exercice 4. *Méthode de Halley pour le calcul de $\sqrt{2}$*

Implémentez en Python la fonction `halley` qui calcule le $n^{\text{ème}}$ terme de la suite récurrente suivante :

$$H_0 = 1, H_{n+1} = H_n \cdot \frac{(H_n^2 + 6)}{(3H_n^2 + 2)}$$

Exercice 5. ♥ *Suite de Fibonacci*

Implémentez en Python la fonction `fibonacci` qui calcule le $n^{\text{ème}}$ terme de la suite récurrente suivante :

$$F_0 = 0, F_1 = 1, F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Exercice 6. *Nombre parfait*

Un nombre parfait est un nombre entier positif égal à la somme de ses diviseurs stricts (lui-même exclu). Implémentez une fonction `parfait` qui prend en entrée un entier et renvoie vrai s'il est parfait.

Exercice 7. ♥ *Syracuse*

Les mathématiques ne sont pas encore prêtes pour de tels problèmes – Paul Erdős

Une suite de Syracuse est définie par la relation de récurrence suivante :

$$S_{n+1} = \begin{cases} \frac{S_n}{2} & \text{si } S_n \text{ est pair,} \\ 3S_n + 1 & \text{si } S_n \text{ est impair.} \end{cases}$$

La conjecture de Syracuse stipule que, quelque soit $S_0 \in \mathbb{N}^*$, la suite de Syracuse débutant par S_0 atteint 1. On notera qu'une fois la valeur 1 atteinte, la suite boucle sur les valeurs 1, 4, 2, 1, ...

Implémentez une fonction `syracuse` qui prend en entrée un entier strictement positif s_0 et qui renvoie le premier rang auquel la suite atteint la valeur 1.

Est-ce que la fonction `syracuse` termine sur toutes les entrées ?

3 Génération de chaînes de caractère

Exercice 8. *Pyramide*

Implémentez une fonction `pyramide` qui prend en entrée un entier $n \geq 0$ et qui renvoie une pyramide d'allumettes à n étages en chaîne de caractères. *e.g.* pour $n = 4$:

```

|
||| | | | |
|||||
|||||||

```

Exercice 9. ♥ *Table ASCII*

Implémentez une fonction `table_ascii` qui ne prend aucune entrée et renvoie la table ascii dans une chaîne de caractère sous forme de tableau à double entrée :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0										
10										
20										
30				!	"	#	\$	%	&	'
40	()	*	+	,	-	.	/	0	1
50	2	3	4	5	6	7	8	9	:	;
60	<	=	>	?	@	A	B	C	D	E
70	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
80	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y
90	Z	[\]	^	_	'	a	b	c
100	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m
110	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w
120	x	y	z	{			}	~		

Exercice 10. *Table de multiplication*

Implémentez une fonction `table_multiplication` qui prend un entier en entrée et renvoie la table de multiplication de 0 à n dans une chaîne de caractère sous forme de tableau à double entrée. *e.g* pour $n = 4$:

	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4
2	0	2	4	6	8
3	0	3	6	9	12
4	0	4	8	12	16

4 POUR S'ENTRAÎNER**Exercice 11.** *Suites adjacentes*

Implémentez en Python la fonction `adjacentes` qui prend en argument un flottant ϵ et qui calcule le premier rang n termes des suites adjacentes suivantes, à partir duquel $|a_n - b_n| < \epsilon$:

$$b_{n+1} = \frac{a_n + b_n}{2}, \quad a_{n+1} = \frac{2}{b_{n+1}}, \quad a_0 = 1, b_0 = 2$$

Exercice 12. *Nombres Chanceux d'Euler*

Un nombre chanceux d'Euler est un nombre $n > 1$ tel que pour tout $0 \leq i \leq n - 2$, $i^2 + i + n$ est premier. Implémentez une fonction `chanceux_euler` qui prend en entrée un entier n et renvoie vrai si et seulement si n est chanceux.

5 POUR ALLER PLUS LOIN**Exercice 13.** *Fonction 91 de McCarthy*

La fonction 91 de McCarthy est définie pour $n \in \mathbb{N}$ par la formule suivante :

$$f(n) = \begin{cases} n - 10 & \text{si } n > 100 \\ f(f(n + 11)) & \text{sinon.} \end{cases}$$

Implémentez une fonction `mccarthy` qui prend en entrée un nombre entier n positif et renvoie $f(n)$. Observez le retour de la fonction pour les valeurs plus petites ou égales à 101.